

Е. Д. Деревянчук, А. С. Шутков

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДИАФРАГМЫ В ВОЛНОВОДЕ¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Исследование обратной задачи определения электромагнитных и геометрических параметров многосекционной диафрагмы, помещенной в прямоугольный волновод, по коэффициентам прохождения или отражения.

Материалы и методы. Задача рассматривается как обратная задача электродинамики, представлена в виде краевой задачи для уравнений Максвелла; для доказательства теоремы существования и единственности решения обратной задачи восстановления электромагнитных и геометрических параметров по коэффициенту отражения применяются общие методы теории краевых задач, теории приближенных методов решения нелинейных систем уравнений.

Результаты. Получены численные и аналитические решения обратных задач восстановления электромагнитных и геометрических параметров многосекционной диафрагмы по коэффициентам прохождения или отражения; доказана теорема существования и единственности решения обратной задачи восстановления электромагнитных и геометрических параметров односекционной диафрагмы по коэффициенту отражения.

Выводы. Полученные результаты могут быть использованы при определении электромагнитных свойств и геометрических параметров образцов слоистых или композитных материалов.

Ключевые слова: обратная задача электродинамики, многосекционная диафрагма, односекционная диафрагма, диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость, теорема существования и единственности, прямоугольный волновод.

E. D. Derevyanchuk, A. S. Shutkov

A NUMERICAL METHOD OF DETERMINATION OF ELECTROMAGNETIC AND GEOMETRICAL PARAMETERS OF A DIAPHRAGM IN A WAVEGUIDE

Abstract.

Background. The aim of the work is to study an inverse problem of reconstruction of electromagnetic and geometrical parameters of a multi-sectional diaphragm in a rectangular waveguide by the transmission or reflection coefficients.

Material and methods. The problem is considered as an inverse problem of electrodynamics; it is presented as a boundary value problem for Maxwell's equations; to prove the theorem of existence and uniqueness of the solution to the inverse problem for a one-sectional diaphragm in a rectangular waveguide by the reflection coefficient, the researchers applied the theory of boundary value problems for Maxwell's equations, the theory of approximate methods for solving nonlinear systems.

¹ Работа выполнена частично при финансовой поддержке гранта Минобрнауки РФ № 2.11.02.2014/К (проектная часть) и Стипендии Президента РФ № 1311.2015.5.

Results. The authors developed numerical and analytical solutions of inverse problems for a multi-sectional diaphragm in a rectangular waveguide by the transmission and reflection coefficients; the theorem of existence and uniqueness of the solution to the inverse problem for a one-sectional diaphragm in a rectangular waveguide by the reflection coefficient was proved.

Conclusions. The obtained results can be used for determination of electromagnetic characteristics and geometrical parameters of composite materials.

Key words: inverse electrodynamics problem, multi-sectional diaphragm, one-sectional diaphragm, permittivity, permeability, existence and uniqueness problem, rectangular waveguide.

Введение

Определение электромагнитных и геометрических параметров диэлектрического тела стало одной из актуальных проблем электродинамики с появлением композитных материалов. На практике восстановить характеристики такого рода материалов, как правило, невозможно. Поэтому для решения данной задачи необходимо разрабатывать методы математического моделирования, которые бы позволили восстанавливать эти характеристики по измеряемым на практике параметрам, таким как коэффициенты прохождения или отражения.

Данная статья посвящена обратной задаче восстановления электромагнитных и геометрических параметров многосекционной диафрагмы по коэффициентам прохождения или отражения. Работа является развитием результатов, полученных в работах [1–4]. В отличие от работ [1, 2], где исследовались обратные задачи восстановления *геометрических* параметров многосекционной диафрагмы, и работ [3, 4], где были получены результаты для обратных задач восстановления *электромагнитных* параметров многосекционной диафрагмы, в данной статье исследуются обратные задачи восстановления *одновременно и электромагнитных, и геометрических* характеристик многосекционной диафрагмы.

Обратные задачи сводятся к решению соответствующих краевых задач для системы уравнений Максвелла. На основе разработанного в работах [3, 4] рекуррентного метода получены решения поставленных обратных задач для многосекционной диафрагмы. В случае односекционной диафрагмы решение обратной задачи восстановления электромагнитных и геометрических параметров по коэффициенту отражения имеет явный вид; доказана теорема существования и единственности решения обратной задачи.

Разработанные численные и аналитические методы решения поставленных обратных задач реализованы в виде комплекса программ и апробированы для одно-, двух- и трех-секционной диафрагм.

1. Постановка обратной задачи дифракции

Сформулируем математическую постановку обратной задачи восстановления электромагнитных и геометрических параметров многосекционной диафрагмы в прямоугольном волноводе по коэффициентам прохождения или отражения.

Пусть в декартовой системе координат задан волновод $P = \{x : 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b, -\infty < x_3 < \infty\}$ с идеально проводящей поверхно-

стью ∂P . В волноводе расположена диафрагма Q ($Q \subset P$ – область), которая представляет собой параллелепипед $Q = \{x : 0 < x_1 < a, 0 < x_2 < b, 0 < x_3 < l_1\}$, разделенный на n -секций. В $P \setminus \bar{Q}$ среда изотропна и однородна с постоянными магнитной проницаемостью ($\mu_0 > 0$) и диэлектрической проницаемостью ($\epsilon_0 > 0$), каждая секция диафрагмы Q заполнена изотропной средой, диэлектрическая и магнитная проницаемости каждой секции являются скалярными величинами ($\epsilon_j, \mu_j, j = 1, \dots, n$).

Поведение электромагнитного поля внутри и вне объекта, расположенного в волноводе, описывается уравнениями Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{H} = -i\omega\epsilon_j \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{E}$ – вектор напряженности электрического поля; $\mathbf{H}$ – вектор напряженности магнитного поля; ω – круговая частота.

Предполагаем, что волновод работает в *одномодовом* режиме, в этом случае в волноводе распространяется только одна волна H_{10} , при этом высшие моды экспоненциально затухают. Математически одномодовость режима достигается выбором волнового числа k_0 ($k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$) в следующем диапазоне: $\pi/a < k_0 < \pi/b$ [3]. Используя уравнения (1), рассчитаем поле внутри Q . Будем предполагать, что внешнее электрическое поле имеет вид [3]:

$$\mathbf{E}^0 = A \sin\left(\frac{\pi x_1}{a}\right) e^{-i\gamma_0 x_3} \vec{e}_2,$$

что соответствует волне типа H_{10} с известной амплитудой A ;

$$\gamma_0 = \sqrt{k_0^2 - \pi^2/a^2} = \sqrt{\omega^2 \epsilon_0 \mu_0 - \pi^2/a^2},$$

γ_0 – постоянная распространения волны H_{10} ; $\vec{e}_2$ – орт вдоль оси Oy . Вектор $\mathbf{H}^0$ определяется из второго уравнения системы (1).

С учетом того, что в волноводе распространяется только волна H_{10} с поляризацией

$$\mathbf{E} = (0 \ E_y \ 0), \quad \mathbf{H} = (H_x \ 0 \ H_z),$$

полное поле вне Q имеет вид

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) (Ae^{-i\gamma_0 z} + Be^{i\gamma_0 z}) \mathbf{e}_2, & z < 0, \\ \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) Fe^{-i\gamma_0 z} \mathbf{e}_2, & z > l, \end{cases} \quad (2)$$

и внутри Q :

$$\mathbf{E} = \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)(C_j e^{-i\gamma_j z} + D_j e^{i\gamma_j z})\mathbf{e}_2, \quad l_{j-1} < z < l_j, \quad j = 1, \dots, n+1, \quad (3)$$

Здесь $\gamma_{n+1} = \gamma_0$; A – амплитуда падающей волны; B и F – коэффициенты, подлежащие измерению.

На границе областей должны выполняться условия:

$$[E_y]_L = 0, \quad [H_x]_L = 0, \quad (4)$$

где $L := \{(x, y, z) : z = 0, \dots, z = l_j, \dots, z = l_n\}$, $j = 1, \dots, n$, $[\cdot]_L$ – скачок предельных значений функции на границе раздела сред L ; E_y, H_x – тангенциальные составляющие векторов $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ соответственно.

Для рассматриваемых задач вводятся обозначения: P – обратная задача восстановления характеристик диафрагмы по значениям коэффициента прохождения F/A ; Q – обратная задача, в которой используются значения коэффициента отражения B/A . В нижнем индексе записываются неизвестные величины, в верхнем – поле чисел, в котором разыскиваются искомые величины. Тогда постановка задач имеет вид.

Постановка обратных задач P_{ε_j, l_j} (Q_{ε_j, l_j}): требуется по известным коэффициентам прохождения F/A (или коэффициентам отражения B/A) электромагнитного поля, измеренным на различных частотах, определить диэлектрическую проницаемость ε_j и толщину l_j ($j = 1, \dots, n$) каждой секции многосекционной диафрагмы, помещенной в прямоугольный волновод.

Метод решения поставленных задач представлен далее.

2. Обратные задачи P_{ε_j, l_j} и Q_{ε_j, l_j}

Математическая постановка задачи сводится к решению краевой задачи (1)–(4) для системы уравнений Максвелла, решая которую, получаем следующие рекуррентные зависимости коэффициента прохождения F/A от диэлектрических проницаемостей ε_j и толщин l_j ($j = 1, \dots, n$) секций многосекционной диафрагмы и зависимость коэффициента отражения B/A от диэлектрических проницаемостей ε_j и толщин l_j ($j = 1, \dots, n$) секций многосекционной диафрагмы:

$$\frac{F}{A} = \frac{2e^{i\gamma_0 l_n} \prod_{j=0}^n \gamma_j}{\gamma_n p_{n+1}^{(+)} + \gamma_0 q_{n+1}^{(+)}}, \quad (5)$$

и

$$\frac{B}{A} = \frac{\gamma_n p_{n+1}^{(-)} + \gamma_0 q_{n+1}^{(-)}}{\gamma_n p_{n+1}^{(+)} + \gamma_0 q_{n+1}^{(+)}}. \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} p_1 &= 1, p_2^{(\pm)} = \frac{\gamma_{j-1}}{\mu_{11}^{(j-1)}} p_1 \cos \alpha_j \pm \frac{\gamma_j}{\mu_{11}^{(j)}} q_1 i \sin \alpha_j, \\ p_{j+1}^{(\pm)} &= \gamma_{j-1} p_j^{(\pm)} \cos \alpha_j + \gamma_j q_j^{(\pm)} i \sin \alpha_j, \quad q_1 = 1, \quad q_2 = \gamma_{j-1} p_1 i \sin \alpha_j \pm \gamma_j q_1 \cos \alpha_j, \\ q_{j+1}^{(\pm)} &= \gamma_{j-1} p_j^{(\pm)} i \sin \alpha_j + \gamma_j q_j^{(\pm)} \cos \alpha_j, \\ \gamma_j &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon_j \mu_0 - \pi^2 / a^2}, \quad \alpha_j = \gamma_j (l_j - l_{j-1}), \quad j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (7)$$

Каждое из уравнений (5) и (6) представляет собой комплексное нелинейное уравнение с $2n$ неизвестными. Для того чтобы составить систему уравнений, рассмотрим каждое из уравнений на различных частотах. В результате имеем

$$\frac{F(\omega_s)}{A} = \frac{2e^{i\gamma_0(\omega_s)l_n} \prod_{j=0}^n \gamma_j(\omega_s)}{\gamma_n(\omega_s) p_{n+1}^{(+)}(\omega_s) + \gamma_0(\omega_s) q_{n+1}^{(+)}(\omega_s)} \quad (8)$$

и

$$\frac{B(\omega_s)}{A} = \frac{\gamma_n(\omega_s) p_{n+1}^{(-)}(\omega_s) + \gamma_0(\omega_s) q_{n+1}^{(-)}(\omega_s)}{\gamma_n(\omega_s) p_{n+1}^{(+)}(\omega_s) + \gamma_0(\omega_s) q_{n+1}^{(+)}(\omega_s)}, \quad (9)$$

где $s = 1, \dots, n$. Решая каждую из систем (8) и (9) методом Левенберга – Марквардта, находим неизвестные соответствующей задачи P_{ε_j, l_j} или Q_{ε_j, l_j} .

3. Односекционная диафрагма

В случае односекционной диафрагмы получено явное решение обратной задачи Q_{ε_1, l_1} . Рассмотрим теорему существования и единственности обратной задачи Q_{ε_1, l_1} .

Теорема. Если

$$\frac{\operatorname{Re}(B/A)}{|B/A|^2} < -1, \quad \varepsilon_1 \neq \frac{\pi^2}{\omega^2 \mu_0} \left(\frac{n^2}{l_1^2} + a^{-2} \right) \quad n \in Z,$$

и

$$\operatorname{ctg}(\gamma_1 l_1) = \frac{-\operatorname{Im}(B/A)}{|B/A|^2 \sqrt{\left(\frac{\operatorname{Re}(B/A)}{|B/A|^2} \right)^2 - 1}},$$

то решение обратной задачи Q_{ε_1, l_1} существует и единственно – диэлектрическая проницаемость выражается по формуле

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{\frac{\pi^2}{a^2} + \gamma_0^2 \frac{\frac{\operatorname{Re}(B/A) - 1}{|B/A|^2}}{\frac{\operatorname{Re}(B/A)}{|B/A|^2} + 1}}{\omega^{-2} \varepsilon_0^{-1} \mu_0^{-1}} \right), \quad (10)$$

а толщина диафрагмы l_1 восстанавливается однозначно по формуле

$$l_1 = \frac{1}{\gamma_1} \operatorname{arctg} \left(\frac{2\gamma_0\gamma_1}{\gamma_1^2 - \gamma_0^2} \frac{1}{\operatorname{Im}(A/B)} \right) + \frac{\pi m}{\gamma_1}, \quad m \in Z, \quad (11)$$

если существуют два числа $l_1^{(2)}$ и $l_1^{(1)}$ такие, что $l_1^{(2)} > l_1^{(1)}$ и $T < |l_1^{(2)} - l_1^{(1)}| < 2T$ ($T = \pi/\gamma_1$).

Доказательство.

Уравнение (6) в случае односекционной диафрагмы имеет вид

$$\frac{B}{A} = \frac{i(\gamma_0^2 - \gamma_1^2) \sin(\gamma_1 l_1)}{2\gamma_0\gamma_1 \cos(\gamma_1 l_1) + i(\gamma_0^2 + \gamma_1^2) \sin(\gamma_1 l_1)}. \quad (12)$$

Так как $\varepsilon_1 \in R$, то $\gamma_1 \in R$. Тогда, отделяя действительную и мнимую части в уравнении (12), мы получим систему

$$\begin{cases} \cos(\gamma_1 l_1) = \frac{\operatorname{Im}(B/A)}{2|B/A|^2} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} - \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right) \sin(\gamma_1 l_1), \\ \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right) \sin(\gamma_1 l_1) = \frac{\operatorname{Re}(B/A)}{|B/A|^2} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} - \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right) \sin(\gamma_1 l_1). \end{cases} \quad (13)$$

Из второго уравнения системы (13) имеем

$$\left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} + \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right) = \frac{\operatorname{Re}(B/A)}{|B/A|^2} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} - \frac{\gamma_1}{\gamma_0} \right) \quad (14)$$

или $\sin(\gamma_1 l_1) = 0$

Очевидно, что система (13) не имеет решения при $\sin(\gamma_1 l_1) = 0$. Рассмотрим (14).

Введем следующие обозначения: $\varphi = \frac{\operatorname{Re}(B/A)}{|B/A|^2}$ и $\gamma = \frac{\gamma_1}{\gamma_0}$. Тогда из (14)

получим

$$\gamma = \sqrt{\frac{\varphi - 1}{\varphi + 1}}. \quad (15)$$

Выражая ϵ_1 через γ , имеем явное выражение (10) для ϵ_1 . Подставляя выражение (10) для диэлектрической проницаемости в первое уравнение системы (13), получим выражение (11) для толщины диафрагмы l_1 .

Так как $\gamma_1, \gamma_0 > 0$, то выражение (15) выполняется при значениях $\varphi < -1$.

Подставляя выражение (15) в систему уравнений (13), имеем

$$\operatorname{ctg}(\gamma_1 l_1) = \frac{-\operatorname{Im}(B/A)}{|B/A|^2 \sqrt{\varphi^2 - 1}}. \quad (16)$$

Таким образом, если γ_1 удовлетворяет соотношению (16), $\gamma_1 l_1 \neq \pi n$ и $\varphi < -1$, то из системы (13) однозначно восстанавливается диэлектрическая проницаемость ϵ_1 по формуле (10) и с периодом $T = \pi/\gamma_1$ определяется толщина диафрагмы l_1 . Если известен интервал $(l_1^{(1)}, l_1^{(2)})$ значений толщин такой, что $T < l_1^{(2)} - l_1^{(1)} < 2T$, которому принадлежит искомая толщина l_1 , то толщина l_1 восстанавливается однозначно.

3. Численные результаты

Разработанные в разд. 1, 2 численные методы решения обратных задач были реализованы в виде комплекса программ. В табл. 1 представлены численные результаты решения обратной задачи P_{ϵ_j, l_j} . Все единицы измерения указаны в системе СГС.

Таблица 1

Значения $\frac{F(\omega_1)}{A}, \frac{F(\omega_2)}{A}$	Вычисленные ϵ_1, ϵ_2	Вычисленные l_1, l_2	Точные ϵ_1, ϵ_2	Точные l_1, l_2
$-0,854 - 0,460i;$ $-0,517 - 0,657i$	2; 2,269	0,995; 2,004	2; 2,7	0,995; 2,004
$-0,931 - 0,312i;$ $-0,533 - 0,455i$	2; 3,205	1,298; 1,898	2; 3,2	1,3; 1,9
$0,005 + 0,968i;$ $-0,798 + 0,371i$	3,197; 4,008	1,59; 2,1004	3,2; 4	1,6; 2,1

Параметры волновода: $a = 2,286$ см, $b = 1$ см, измерения проводятся на частоте $f = 11,94$ ГГц, $f = 8,12$ ГГц, что соответствует $\omega_1 = 75,0212$ ГГц, $\omega_2 = 51,0195$ ГГц ($\omega = 2\pi f$), амплитуда падающего поля $A = 1$. В первом столбце таблицы указаны значения коэффициента прохождения на каждой частоте, во втором и третьем – вычисленные значения диэлектрической проницаемости и толщины каждой секции двухсекционной диафрагмы, в последних двух столбцах указаны точные значения искомых величин.

В табл. 2 представлены численные результаты решения обратной задачи Q_{ϵ_j, l_j} . Параметры волновода: $a = 2$ см, $b = 1$ см, измерения проводятся на

частоте $f = 11,94$ ГГц, $f = 8,12$ ГГц, что соответствует $\omega_1 = 75,0212$ ГГц, $\omega_2 = 51,0195$ ГГц ($\omega = 2\pi f$), амплитуда падающего поля $A = 1$. В первом столбце таблицы указаны значения коэффициента отражения на каждой частоте, во втором и третьем – вычисленные значения диэлектрической проницаемости и толщины каждой секции двухсекционной диафрагмы, в последних двух столбцах указаны точные значения искомых величин. Из табл. 1, 2 видно, что относительная погрешность вычислений не превышает 5 %, что говорит об эффективности разработанных методов.

Таблица 2

Значения $\frac{B(\omega_1)}{A}, \frac{B(\omega_2)}{A}$	Вычисленные ϵ_1, ϵ_2	Вычисленные l_1, l_2	Точные ϵ_1, ϵ_2	Точные l_1, l_2
$-0,186+0,389i$; $-0,763-0,013i$	1,098; 2,1003	0,199; 0,8002	1,1; 2,1	0,2; 0,8
$-0,475+0,025i$; $-0,836-0,021i$	3,202; 2,101	1,499; 1,999	3,2; 2,1	1,5; 2
$-0,192+0,903i$; $0,787-0,363i$	1,099; 81,981	1,7503; 2,148	1,1; 81	1,75; 2,15

Заключение

Таким образом, разработаны численные и аналитические методы решения обратной задачи восстановления электромагнитных и геометрических параметров многосекционной диафрагмы в прямоугольном волноводе по коэффициентам прохождения или отражения. Разработанные численные методы реализованы в виде комплекса программ, апробированы на тестовых задачах. Представлены численные результаты решения обратной задачи для двухсекционной диафрагмы.

Следует отметить, что разработанный метод:

- прост в реализации;
- позволяет восстанавливать диэлектрическую проницаемость и толщину каждой секции многосекционной диафрагмы по измерениям коэффициентов прохождения или отражения на различных частотах;
- может применяться для изучения электромагнитных и геометрических характеристик композитных материалов.

Список литературы

1. Деревянчук Е. Д. Обратная задача определения геометрических параметров слоистой диафрагмы в прямоугольном волноводе по коэффициенту прохождения / Е. Д. Деревянчук, А. С. Шутков // XL Гагаринские чтения : тр. Междунар. молодежной науч. конф. : в 9 т. (Москва, 7–11 апреля 2014 г.). – М. : МАТИ, 2014. – Т. 5. – С. 92–94.
2. Деревянчук Е. Д. Численный метод решения обратной задачи определения геометрических параметров двухслойной диафрагмы в прямоугольном волноводе по коэффициенту прохождения / Е. Д. Деревянчук, А. С. Шутков // Математическое и компьютерное моделирование естественно-научных и социальных проблем : сб. ст. VIII Междунар. науч.-техн. конф. молодых специалистов, аспирантов и студентов (Пенза, 26–30 мая 2014 г.). – Пенза : Изд-во ПГУ, 2014. – С. 212–217.
3. Smirnov, Yu. G. Solution to the inverse problem of reconstructing permittivity of an n-sectional diaphragm in a rectangular waveguide / Yu. G. Smirnov, Yu. V. Shestopalov // *University proceedings. Volga region*. – 2014. – No. 1. – С. 10–14.

- palov and E. D. Derevyanchuk // *Algebra, Geometry and Mathematical Physics, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. – 2014. – Ser. 10533. P. 555–567.
4. **Smirnov, Yu. G.** Permittivity reconstruction of layered dielectrics in a rectangular waveguide from the transmission coefficient at different frequencies / Yu. G. Smirnov, Yu. V. Shestopalov and E. D. Derevyanchuk // *Inverse Problems and Large-Scale Computations, Series: Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. – 2013. – Vol. 52. – P. 169–181.

References

1. Derevyanchuk E. D., Shutkov A. S. *XL Gagarinskie chteniya: tr. Mezhdunar. molodezhnoy nauch. konf.: v 9 t. (Moskva, 7–11 aprelya 2014 g.)* [XL Gagarinskie readings: proceedings of the International youth scientific conference: in 9 volumes (Moscow, 7–11 April 2014)]. Moscow: MATI, 2014, vol. 5, pp. 92–94.
2. Derevyanchuk E. D., Shutkov A. S. *Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie estestvenno-nauchnykh i sotsial'nykh problem: sb. st. VIII Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. molodykh spetsialistov, aspirantov i studentov (Penza, 26–30 maya 2014 g.)* [Mathematical and computer modeling of natural-scientific and social problems: proceedings of VIII International scientific and technical conference of young specialists, postgraduate and undergraduate students (Penza, 26–30 May 2014)]. Penza: Izd-vo PGU, 2014, pp. 212–217.
3. Smirnov Yu. G., Shestopalov Yu. V. and Derevyanchuk E. D. *Algebra, Geometry and Mathematical Physics, Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. 2014, ser. 10533, pp. 555–567.
4. Smirnov Yu. G., Shestopalov Yu. V. and Derevyanchuk E. D. *Inverse Problems and Large-Scale Computations, Series: Springer Proceedings in Mathematics and Statistics*. 2013, vol. 52, pp. 169–181.

Деревянчук Екатерина Дмитриевна
лаборант-исследователь, Научно-исследовательский центр «Суперкомпьютерное моделирование в электродинамике», Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: mmm@pnzgu.ru

Derevyanchuk Ekaterina Dmitrievna
Researcher-laboratory assistant, Research Center “Supercomputer modeling in electrodynamics”, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Шутков Александр Сергеевич
студент, Пензенский государственный университет (Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

E-mail: mmm@pnzgu.ru

Shutkov Alexander Sergeevich
Student, Penza State University (40 Krasnaya street, Penza, Russia)

УДК 517.958, 537.876.46

Деревянчук, Е. Д.

Численный метод определения электромагнитных и геометрических параметров диафрагмы в волноводе / Е. Д. Деревянчук, А. С. Шутков // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2015. – № 4 (36). – С. 75–83.